**3η Σειρά Ασκήσεων**

Ιωάννης Τσαντήλας

03120883

**Θέμα 1**

***Ερώτημα 1***

Έχουμε συνδυασμό 1000 διακεκριμένων αντικειμένων (διαφορετικοί φοιτητές) σε 200 μη διακεκριμένες θέσεις (ίδια βιβλία) χωρίς επαναλήψεις, δηλαδή:

***Ερώτημα 2***

Επιλέγουμε 200 φοιτητές από τους 1000 (Hunter), στην συνέχεια 250 από τους υπόλοιπους 800 (Rosen), 100 από τους υπόλοιπους 550 (Liu) και 50 από τους 450 (Epp), δηλαδή:

***Ερώτημα 3***

Ψάχνουμε πλήθος συμβολοσειρών μήκους 1000 από H,R,L,E:

* Ο **εκθετικός απαριθμητής** για καθένα από τα σύμβολα είναι **ex**.
* Η **ΕΓΣ** είναι **e4x**.
* To πλήθος των συνδυασμών είναι ο συντελεστής του x1000/1000! δηλαδή, **41000.**

***Ερώτημα 4***

Ψάχνουμε πλήθος συμβολοσειρών μήκους 1000 από H,R,L,E όπου κάθε ένα σύμβολο εμφανίζεται τουλάχιστον μία φορά:

* Ο **εκθετικός απαριθμητής** για καθένα από τα σύμβολα είναι **ex – 1**.
* Η **ΕΓΣ** είναι **(ex – 1)4**.
* To πλήθος των συνδυασμών είναι ο συντελεστής του x1000/1000! δηλαδή:

***Ερώτημα 5***

* Αναζητούμε τις λύσεις της εξίσωσης:

z1 + z2 + z3 + z4 = 1000

όπου 0 <= zi <= 350.

* Ο απαριθμητής για κάθε zi είναι: 1+x+x2+x3+…+x350
* Η ΓΣ είναι (1+x+x2+x3+…+x350)4.
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x1000.

***Ερώτημα 6***

* Διανομή k=1000 (διακεκριμένων) φοιτητών σε n=4 διακεκριμένες υποδοχές, με σημασία στην σειρά κάθε υποδοχής, χωρίς (πρακτικά) περιορισμούς.
* Ο εκθετικός απαριθμητής για κάθε υποδοχή είναι 1/(1-x).
* Η ΕΓΣ είναι 1/(1-x)4.
* Το ζητούμενο δίνεται από τον συντελεστή του x1000/1000! δηλαδή:

***Ερώτημα 7***

* Διανομή k=1000 (διακεκριμένων) φοιτητών σε n=4 διακεκριμένες υποδοχές, με σημασία στην σειρά κάθε υποδοχής, με περιορισμούς (κάθε υποδοχή <= 350).
* Ο εκθετικός απαριθμητής για κάθε υποδοχή είναι:
* Η ΕΓΣ είναι:
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x1000

**Θέμα 2**

***Ερώτημα 1***

* Αναζητούμε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης:

B1 + B2 + B3 + B4 = 35

όπου Bι το πλήθος των θεμάτων τύπου B στο αμφιθέατρο i.(εάν το αμφιθέατρο i έχει Φi φοιτητές και Bi αντίτυπα τύπου B, τότε θα έχει Ai = Φi – Bi θέματα τύπου A, επομένως αρκεί να βρούμε το πλήθος θεμάτων τύπου B).

* Όσον αφορά τους περιορισμούς: 0 <= Bi <= 35.
* Ο απαριθμητής για κάθε Βι είναι: 1 + x + x2 + x3 + … + x35
* Η ΓΣ: (1 + x + x2 + x3 + … + x35)4
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x35, ο οποίος είναι:

***Ερώτημα 2***

* Έχουμε μετάθεση 190 διακεκριμένων αντικειμένων (διαφορετικοί φοιτητές) σε 2 ομάδες ίδιων αντικειμένων, μεγέθους 155 (ίδια θέματα Α) και 35 (ίδια θέματα Β), επομένως:

***Ερώτημα 3***

* Έστω Β02 το σύνολο των σεναρίων στα οποία μοιράζονται μηδέν θέματα τύπου Β στο αμφιθέατρο 2 και αντίστοιχα Β03.
* Η πιθανότητα είναι:

1. **|Ολικά Σενάρια|** = ο συντελεστής του x35 που βρέθηκε στο Ερώτημα 1.
2. Για τα **|Β02| και |Β03|** θέλουμε να λύσουμε την εξίσωση:
   * Όσον αφορά τους περιορισμούς: 0 <= Bi <= 35 (η μεταβλητή Β συμβολίζει το αμφιθέατρο 2 ή 3).
   * A(x) = (1 + +x + x2 + x3 + … + x35)3
   * Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x35, ο οποίος είναι:
3. Για το θέλουμε να λύσουμε την εξίσωση:
   * Όσον αφορά τους περιορισμούς: 0 <= Bi <= 35.
   * A(x) = (1 + +x + x2 + x3 + … + x35)2
   * Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x35, ο οποίος είναι:

***Ερώτημα 4***

* Εάν δεν μας ενδιαφέρει η ο τύπος θέματος που θα έχει ο κάθε φοιτητής, θα αναζητούμε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης:

Α1 + Α2 + Α3 + Α4 = 155

* Όσον αφορά τους περιορισμούς: 15 <= Α1 <= 80, 10 <= A2,A3 <= 35 (και άρτιοι) και 10 <= A4 <= 40 (και άρτιος).
* A(x) = (x15 + x16 + … + x80) \* (x10 + x12 + … + x34)2 \* (x10 + x12 + … + x40)
* Επειδή όμως μας ενδιαφέρει ο τύπος θέματος που θα πάρει κάθε φοιτητής, σε κάθε όρο κάθε αριθμητή, θα πολλαπλασιάσουμε με C(80, εκθέτης), ώστε να διασφαλίσουμε τους διαφορετικούς τρόπους που μπορούμε να επιλέξουμε κάθε φορά τους φοιτητές.
* Α(x) = (C(80,15)\*x15 + C(80,16)\*x16 + … + x80) \* (C(80,10)\*x10 + C(80,12)\*x12 + … + C(80,34)\*x34)2 \* (C(80,10)\*x10 + C(80,12)\*x12 + … + C(80,40)\*x40).
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x155.

**Θέμα 3**

***Ερώτημα 1***

* Αναζητούμε τις λύσεις της εξίσωσης:

Φ1 + Φ2 + Φ3 + … + Φ100 = 100

* Όπου Φι είναι το πλήθος των φοιτητών στην αίθουσα ι, με τον περιορισμό ότι Φi <= Φi+1, για κάθε i>=2, με Φ1 >= 0.
* Το πρόβλημα μετασχηματίζεται εάν θέσουμε Φi = Φi-1 + αi-1, με i>=2 και αι >= 0, οπότε, τελικά:

Φ1 + (Φ1 + α1)+ (Φ2 + α2) + (Φ3 + α3) + … + (Φ99 + α99) = 100

Φ1 + (Φ1 + α1)+ (Φ1 + α1 + α2) + (Φ2 + α2 + α3) + … + (Φ98 + α98 + α99) = 100

100Φ1 + 99α1 + 98α2 + 97α3 + … + 2α98 + α99 = 100

* Ο απαριθμητής για Φ1 είναι: 1 + x100.
* Εάν i >= 2, ο απαριθμητής για κάθε ένα από τα αi είναι: (1+xi + x2i + x3i + … + x100 | i), όπου 100|i δηλώνει την ακέραια διαίρεση του 100 με το i.
* Η ΓΣ είναι:
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x100.

***Ερώτημα 2***

* Αναζητούμε τις λύσεις της εξίσωσης:

Φ1 + 2Φ2 + 3Φ3 + … + 100Φ100 = 100

όπου, Φi = 0 ή 1, αφού δεν θέλουμε ίδιο πλήθος φοιτητών σε 2 μη κενές αίθουσες.

* Ο απαριθμητής για Φi είναι: 1 + xi.
* Η ΓΣ είναι:
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x100.

**Θέμα 4**

***Ερώτημα α***

***Υποερώτημα 1***

* Διανομή 500 διακεκριμένων βιβλίων σε 8 διακεκριμένες βιβλιοθήκες χωρίς να έχει σημασία η σειρά στις βιβλιοθήκες και με 20 <= Bi <= 100.
* Εκθετικός απαριθμητής:
* Η ΕΓΣ:
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x500/500!

***Υποερώτημα 2***

* Μετά από τον σχηματισμό του απαριθμητή στο προηγούμενο ερώτημα, πολλαπλασιάζουμε το x500/500! Με 500!
* Εκθετικός απαριθμητής:
* Η ΕΓΣ:
* Το ζητούμενο είναι ο συντελεστής του x500/500!

***Ερώτημα β***

Αρχικά, δεν γίνεται να έχουμε συμβολοσειρά μικρότερου μήκους από ότι 3, διότι τα 0,1 πρέπει να εμφανίζονται τουλάχιστον μία φορά, όπως και τα 7,9.

* Εκθετικός απαριθμητής για καθένα από τα ψηφία 3,5,6,8: ex.
* Εκθετικός απαριθμητής για καθένα από τα ψηφία 2,4 (άρτιο πλήθος εμφανίσεων): (ex + e-x)/2.
* Εκθετικός απαριθμητής για καθένα από τα ψηφία 7,9 (περιττό πλήθος εμφανίσεων): (ex - e-x)/2.
* Εκθετικός απαριθμητής για καθένα από τα ψηφία 0,1 (τουλάχιστον 1 φορά): ex – 1.
* Η ΕΓΣ:
* Tο ζητούμενο είναι ο συντελεστής του xn/n! ο οποίος ισούται με: